COMPLEXES

$z=a+ib \ (a,b)\in\mathbb{R}^2$	$\bar{z}=a-ib$	$\mathrm{Re}(z)=a$	$\mathrm{Im}(z)=b$	$\overline{z+z'}=\bar{z}+\bar{z'}$	$\overline{zz'}=\bar{z}\bar{z'}$	$\overline{\left(\frac{z}{z'}\right)}=\frac{\bar{z}}{\bar{z'}}$	$\bar{\bar{z}}=z$

$\mathrm{Re}(z)=\frac{1}{2}(z+\bar{z})$	$\mathrm{Im}(z)=\frac{1}{2i}(z-\bar{z})$	$\lvert z\rvert=\sqrt{a^2+b^2}$	$z\bar{z}=\lvert z\rvert^2$	$\lvert zz'\rvert=\lvert z\rvert\,\lvert z'\rvert$

$\left\lvert\frac{z}{z'}\right\rvert=\frac{\lvert z\rvert}{\lvert z'\rvert}$	$\frac{1}{z}=\frac{\bar{z}}{\lvert z\rvert^2}$	si $\lvert z\rvert=1$, $\frac{1}{z}=\bar{z}$	$\lvert\bar{z}\rvert=\lvert z\rvert$	$\lvert z+z'\rvert\leqslant\lvert z\rvert+\lvert z'\rvert$

arg z est la mesure à 2π près de l'unique angle θ tel que : $\cos\theta=\frac{a}{\rho}$ et $\sin\theta=\frac{b}{\rho}$

$\arg\bar{z}=-\arg z$	$\arg zz'=\arg z+\arg z'$	$\arg\frac{z}{z'}=\arg z-\arg z'$	$\arg z^n=n\arg z$

$$z\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}\mathrm{Im}\,z=0\\ \underline{\text{ou}}\ \bar{z}=z\\ \underline{\text{ou}}\ [\arg z=0\ (\pi)\ \text{ou}\ z=0]\end{cases}\qquad z\in i\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}\mathrm{Re}(z)=0\\ \underline{\text{ou}}\ \bar{z}=-z\\ \underline{\text{ou}}\ \left[\arg z=\frac{\pi}{2}\ (\pi)\ \text{ou}\ z=0\right]\end{cases}$$

Forme trigonométrique $z=\rho(\cos\theta+i\sin\theta)=[\rho,\theta]$ $\quad[\rho,\theta]\times[\rho',\theta']=[\rho\rho',\theta+\theta']$

Formule de De Moivre $(\cos\theta+i\sin\theta)^n=\cos n\theta+i\sin n\theta$

Racines n-ièmes de $Z=[\rho,\theta]$ $\quad z^n=Z\Leftrightarrow z=z_k=\left[\sqrt[n]{\rho},\frac{\theta+2k\pi}{n}\right]_{k\in\{0,1,\dots,n-1\}}$ $\quad\sum_{k=0}^{n-1}z_k=0$

Les images des z_k sont les sommets d'un polygone régulier à n côtés d'isobarycentre O inscrit dans le cercle de centre O et de rayon $\sqrt[n]{\rho}$

*Si on connait **une** racine n-ième z' de Z, on obtient **toutes** les autres en multipliant z' par les racines n-ièmes de l'unité.*

$1+z+z^2+\dots+z^n=\frac{1-z^{n+1}}{1-z}\quad(z\neq1)$ *Les racines de ce polynôme sont les n racines (n+1)ièmes de l'unité **non égales à 1**.*

Equation z^2 = a+ib En posant $z=x+iy$, on a : $z^2=a+ib\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-y^2=a\\2xy=b\end{cases}$ *Si a et b sont des entiers, on peut chercher si par chance des entiers x et y vérifient 2xy=b. C'est souvent le cas.*

Equation $az^2+bz+c=0$ δ etant une solution de $\delta^2=\Delta=b^2-4ac$ (ne pas ecrire $\sqrt{\Delta}$!) les racines sont $z=\frac{-b\pm\delta}{2a}$.

Si a,b,c sont réels, les racines sont conjuguées si $\Delta<0$ et réelles si $\Delta\geqslant0$

*Plus généralement, tout polynôme à coefficients **réels** de degré n admet n racines (distinctes ou confondues) deux à deux conjuguées.*

Forme exponentielle $[\rho,\theta]=\rho e^{i\theta}$

Formules d'Euler $\cos\theta=\frac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2}\qquad\sin\theta=\frac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i}$